

中国科学院数学与系统科学研究院
2008 年博士研究生招生试题
考试科目：运筹学通论 — 非线性规划

有以下整数二次规划问题:

$$(P1) \quad \text{Min } Q(x, y) = (x - 3, y - 2.5)^T \begin{pmatrix} 4.5 & -5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} (x - 3, y - 2.5)$$
$$0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 4$$

其中 x, y 为整数。求解以下三个子题:

(1) 一个整数可行解 (x, y) 称为是 (P1) 的局部极值点, 若

$$Q(x, y) \leq \min\{Q(x + 1, y), Q(x - 1, y), Q(x, y + 1), Q(x, y - 1) : \\ (x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1) \in \Omega\}$$

而使目标函数达到总体最小值的局部极值点称为总体极值点, 验证以下点中哪些是局部极值点、哪些是总体极值点:

$$(0, 0), (1, 1), (2, 1), (2, 2), (3, 2), (3, 3), (4, 3), (4, 4)$$

(2) 考虑 (P1) 的松弛问题, 即形式相似的二次规划:

$$(P2) \quad \text{Min } Q(x, y) = (x - 3, y - 2.5)^T \begin{pmatrix} 4.5 & -5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} (x - 3, y - 2.5)$$
$$0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 4$$

求出问题 (P2) 的解 (提示: 注意目标函数的性质, 利用 K-T 条件求解) 并说明解的性质。

(3) 比较 (P1) 和 (P2) 的解, 你能得到一些什么结论?

(共三子题)