中国科学院数学与系统科学研究院
2008 年博士研究生招生试题

（3 小时完成，满分 100 分）

考试科目：非线性规划　　　　**导师姓名：**章祥荪

1. 一个一般的非线性规划问题可以写成以下形式：

$$\begin{array}{rl} \min_x & f(x) \\ \text{subject to} & g_i(x) \geq 0,\ i = 1, \cdots, m \\ & h_j(x) = 0,\ j = 1, \cdots, p \\ & x \in R^n \end{array}$$

（1）写出相应的 FJ(Fritz-John) 必要条件和 KKT(Karush-Kuhn-Tucker) 必要条件。

（2） 解释为什么要引入“约束规格”的概念？

（3） 写出两种约束规格。

2. 一个线性分式规划问题是指以下形式的规划问题：

$$\min_x \quad f(x) = \frac{p^T x + \alpha}{q^T x + \beta}$$

$$\text{subject to} \quad Ax = b,\ x \geq 0$$

此处 $p, q, x \in R^n, b \in R^m$, A 为 $m \times n$ 矩阵, α, β 为标量。

(1). 设 $S \subset R^n$ 为凸集, 若对任意 $x \in S$, 有 $q^T x + \beta \neq 0$，证明 $f(x)$ 在 S 上既是伪凸的（pseudoconvex）又是伪凹（pseudoconcave）的函数

(2). 以下论述中哪些是正确的，哪些是错的？请打“$\surd$”或“$\times$”。

(a) 因为 $f(x)$ 是伪凸的，所以也是凸的。 [ ]

(b) 因为 $f(x)$ 同时是伪凸和伪凹的，所以也是拟凸 (quasiconvex) 的和拟凹 (quasiconcave) 的，进而是严格拟凸的和严格拟凹的。[ ]

(c) 由于 $f(x)$ 是伪凸的目标函数，所以上述线性分式规划问题的 KKT 点是问题的全局最小点。 [ ]

(d) 因为问题的目标函数既是拟凸的又是拟凹的，当可行域有界时，问题的极小值在可行域的顶点上达到。 [ ]

3. hhhhhh

（共三大题、五小题）